详细研读本篇数列解法和例题，可快速解决任何数列问题。

基本数列是等差数列和等比数列

一、等差数列

一个等差数列由两个因素确定：首项 a1 和公差 d.

得知以下任何一项，就可以确定一个等差数列（即求出数列的通项公式）：

1、首项 a1 和公差 d

2、数列前 n 项和 s(n),因为 s(1)=a1,s(n)-s(n-1)=a(n)

3、任意两项 a(n)和 a(m)，n,m 为已知数

等差数列的性质：

1、前 N 项和为 N 的二次函数（d 不为 0 时）

2、a(m)-a(n)=(m-n)*d

3、正整数 m、n、p 为等差数列时，a(m)、a(n)、a(p)也是等差数列

例题 1：已知 a(5)=8,a(9)=16,求 a(25)

解： a(9)-a(5)=4*d=16-8=8

a(25)-a(5)=20*d=5*4*d=40

a(25)=48

例题 2：已知 a(6)=13,a(9)=19,求 a(12)

解：a(6)、a(9)、a(12)成等差数列

a(12)-a(9)=a(9)-a(6)

a(12)=2*a(9)-a(6)=25

二、等比数列

一个等比数列由两个因素确定：首项 a1 和公差 d.

得知以下任何一项，就可以确定一个等比数列（即求出数列的通项公式）：

1、首项 a1 和公比 r

2、数列前 n 项和 s(n),因为 s(1)=a1,s(n)-s(n-1)=a(n)

3、任意两项 a(n)和 a(m)，n,m 为已知数

等比数列的性质：

1、a(m)/a(n)=r^(m-n)

2、正整数 m、n、p 为等差数列时，a(m)、a(n)、a(p)是等比数列

3、等比数列的连续 m 项和也是等比数列

即 b(n)=a(n)+a(n+1)+...+a(n+m-1)构成的数列是等比数列。

三、数列的前 N 项和与逐项差

1、如果数列的通项公式是关于 N 的多项式，最高次数为 P，则数列的前 N 项和是关于 N 的多项式，最高次数为 P+1。

（这与积分很相似）

2、逐项差就是数列相邻两项的差组成的数列。

如果数列的通项公式是关于 N 的多项式，最高次数为 P，则数列的逐项差的通项公式是关于 N 的多项式，最高次数为 P-1。

（这与微分很相似）

例子：

1，16，81，256，625，1296 （a(n)=n^4)

15,65,175,369,671

50,110,194,302

60,84,108

24,24

从上例看出，四次数列经过四次逐项差后变成常数数列。

等比数列的逐项差还是等比数列

四、已知数列通项公式 A（N），求数列的前 N 项和 S（N）。

这个问题等价于求 S（N）的通项公式，而 S（N）=S（N-1）+A（N），这就成为递推数列的问题。

解法是寻找一个数列 B（N），

使 S（N）+B（N）=S（N-1）+B（N-1）

从而 S（N）=A（1）+B（1）-B（N）

猜想 B（N）的方法：把 A（N）当作函数求积分，对得出的函数形式设待定系数，利用 B（N）-B（N-1）=-A（N）求出待定系数。

例题 1：求 S（N）=2+2*2^2+3*2^3+...+N*2^N

解：S（N）=S（N-1）+N*2^N

N*2^N 积分得（N*LN2-1）*2^N/(LN2)^2

因此设 B（N）=（PN+Q)*2^N

则 （PN+Q)*2^N-[P（N-1）+Q)*2^（N-1）=-N*2^N

（P*N+P+Q）/2*2^N=-N*2^N

因为上式是恒等式，所以 P=-2，Q=2

B（N）=（-2N+2)*2^N

A（1）=2，B（1）=0

因此：S（N）=A（1）+B（1）-B（N）

=（2N-2）*2^N+2

例题 2：A（N）=N*（N+1）*（N+2），求 S（N）

解法 1：S（N）为 N 的四次多项式，

设：S（N）=A*N^4+B*N^3+C*N^2+D*N+E

利用 S（N）-S（N-1）=N*（N+1）*（N+2）

解出 A、B、C、D、E

解法 2：

S（N）/3！=C（3，3）+C（4，3）+...C（N+2，3）

=C（N+3，4）

S（N）=N*（N+1）*（N+2）*（N+3）/4