三角函数公式表

同角三角函数的基本关系式

倒数关系	商的关系	平方关系
$\tan\alpha\cdot\cot\alpha=1$ $\sin\alpha\cdot\csc\alpha=1$ $\cos\alpha\cdot\sec\alpha=1$	$\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\tan\alpha=\frac{\sec\alpha}{\csc\alpha}$ $\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}=\cot\alpha=\frac{\csc\alpha}{\sec\alpha}$	$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$ $1+\tan^2\alpha=\sec^2\alpha$ $1+\cot^2\alpha=\csc^2\alpha$

诱导公式

$\sin(-\alpha)=-\sin\alpha$	$\cos(-\alpha)=\cos\alpha$	$\tan(-\alpha)=-\tan\alpha$	$\cot(-\alpha)=-\cot\alpha$

$\sin(\frac{\pi}{2}-\alpha)=\cos\alpha$ $\cos(\frac{\pi}{2}-\alpha)=\sin\alpha$ $\tan(\frac{\pi}{2}-\alpha)=\cot\alpha$ $\cot(\frac{\pi}{2}-\alpha)=\tan\alpha$	$\sin(\pi-\alpha)=\sin\alpha$ $\cos(\pi-\alpha)=-\cos\alpha$ $\tan(\pi-\alpha)=-\tan\alpha$ $\cot(\pi-\alpha)=-\cot\alpha$	$\sin(\frac{3\pi}{2}-\alpha)=-\cos\alpha$ $\cos(\frac{3\pi}{2}-\alpha)=-\sin\alpha$ $\tan(\frac{3\pi}{2}-\alpha)=\cot\alpha$ $\cot(\frac{3\pi}{2}-\alpha)=\tan\alpha$	$\sin(2\pi-\alpha)=-\sin\alpha$ $\cos(2\pi-\alpha)=\cos\alpha$ $\tan(2\pi-\alpha)=-\tan\alpha$ $\cot(2\pi-\alpha)=-\cot\alpha$ (其中 k∈Z)
$\sin(\frac{\pi}{2}+\alpha)=\cos\alpha$ $\cos(\frac{\pi}{2}+\alpha)=-\sin\alpha$ $\tan(\frac{\pi}{2}+\alpha)=-\cot\alpha$ $\cot(\frac{\pi}{2}+\alpha)=-\tan\alpha$	$\sin(\pi+\alpha)=-\sin\alpha$ $\cos(\pi+\alpha)=-\cos\alpha$ $\tan(\pi+\alpha)=\tan\alpha$ $\cot(\pi+\alpha)=\cot\alpha$	$\sin(\frac{3\pi}{2}+\alpha)=-\cos\alpha$ $\cos(\frac{3\pi}{2}+\alpha)=\sin\alpha$ $\tan(\frac{3\pi}{2}+\alpha)=-\cot\alpha$ $\cot(\frac{3\pi}{2}+\alpha)=-\tan\alpha$	$\sin(2\pi+\alpha)=\sin\alpha$ $\cos(2\pi+\alpha)=\cos\alpha$ $\tan(2\pi+\alpha)=\tan\alpha$ $\cot(2\pi=\alpha)=\cot\alpha$

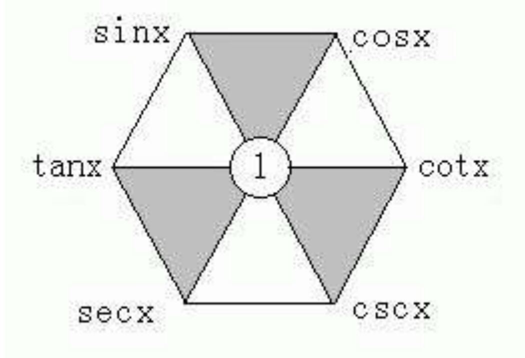
两角和与差的三角函数公式	万能公式
$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$ $\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta$ $\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$ $\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$ $\tan(\alpha+\beta)=\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\cdot\tan\beta}$ $\tan(\alpha-\beta)=\frac{\tan\alpha-\tan\beta}{1-\tan\alpha\cdot\tan\beta}$	$\sin\alpha=\frac{2\tan(\alpha/2)}{1+\tan 2(\alpha/2)}$ $\cos\alpha=\frac{1-\tan 2(\alpha/2)}{1+\tan 2(\alpha/2)}$ $\tan\alpha=\frac{2\tan(\alpha/2)}{1-\tan 2(\alpha/2)}$

半角的正弦、余弦和正切公式	三角函数的降幂公式
$\sin(\frac{\alpha}{2}) = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}}$ $\cos(\frac{\alpha}{2}) = \pm\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}}$ $\tan(\frac{\alpha}{2}) = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}} = \frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha} = \frac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha}$	$\sin^2\alpha = \frac{1-\cos 2\alpha}{2}$ $\cos^2\alpha = \frac{1+\cos 2\alpha}{2}$

二倍角的正弦、余弦和正切公式	三倍角的正弦、余弦和正切公式
$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$ $\cos 2\alpha = \cos 2\alpha - \sin 2\alpha = 2\cos 2\alpha - 1 = 1 - 2\sin 2\alpha$ $\tan 2\alpha = -\frac{2\tan\alpha}{1-\tan 2\alpha}$	$\sin 3\alpha = 3\sin\alpha - 4\sin 3\alpha$ $\cos 3\alpha = 4\cos 3\alpha - 3\cos\alpha.$ $\tan 3\alpha = -\frac{3\tan\alpha - \tan 3\alpha}{1 - 3\tan 2\alpha}$

三角函数的和差化积公式	三角函数的积化和差公式
$\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$ $\sin\alpha - \sin\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$ $\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$ $\cos\alpha - \cos\beta = -2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$	$\sin\alpha\cdot\cos\beta = \frac{1}{2}[\sin(\alpha+\beta) + \sin(\alpha-\beta)]$ $\cos\alpha\cdot\sin\beta = \frac{1}{2}[\sin(\alpha+\beta) - \sin(\alpha-\beta)]$ $\cos\alpha\cdot\cos\beta = \frac{1}{2}[\cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta)]$ $\sin\alpha\cdot\sin\beta = -\frac{1}{2}[\cos(\alpha+\beta) - \cos(\alpha-\beta)]$

化 **asinα ±bcosα** 为一个角的一个三角函数的形式（辅助角的三角函数的公式）
$a\sin x \pm b\cos x = \sqrt{a^2+b^2}\,\sin(x\pm\phi)$ 其中ϕ角所在的象限由a、b的符号确定，ϕ角的值由$\tan\phi = \frac{b}{a}$确定

六边形记忆法：图形结构“上弦中切下割，左正右余中间 1”；记忆方法“对角线上两个函数的积为 1；阴影三角形上两顶点的三角函数值的平方和等于下顶点的三角函数值的平方；任意一顶点的三角函数值等于相邻两个顶点的三角函数值的乘积。”	

导数的四则运算法则

设 u=u（x），v=v（x）均为 x 的可导函数，则有

（1）（u±v）’=u’±v’

（2）（u•v）’=u’•v+u•v’

（3）（cu）’=c•u’

（4）$(\frac{u}{v})'=\frac{u'v-u\cdot v'}{v^2}(v\neq 0)$

（5）$(\frac{1}{v})'=-\frac{1}{v^2}\cdot v'(v\neq 0)$

（6）（u•v•w）’=u’•v•w+u•v’•w+u•v•w’

求极限公式

（1）$\lim c=c$

（2）$\lim\limits_{x\to x_0} x=x_0$

（3）$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x}=0$

（4）$\lim\limits_{x\to\infty}(a_0x^2+a_1x^{n-1}+a_2x^{n-2}+\cdots a_n)$

$=a_0x_0^2+a_1x_0^{n-1}+a_2x_0^{n-2}+\cdots+a_n$

（5）$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$，$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\tan x}{x}=1$，$\lim\limits_{x\to 0}\frac{arc\sin x}{x}=1$，$\lim\limits_{\varphi(x)\to 0}\frac{\sin(\varphi(x))}{\varphi(x)}=1$

（6）$\lim\limits_{\varphi(x)\to 0}(1+\varphi(x))^{\frac{1}{\varphi(x)}}=e$ $\lim\limits_{n\to\infty}(1+\frac{1}{n})^n=e$

（7）$\lim\limits_{x\to\infty}(1+\frac{a}{x})^{bx}=e^{ab}$

（8）$\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x+k}{x-2k}\right)^x=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{(1+\frac{k}{x})^x}{(1-\frac{2k}{x})^x}=\frac{e^k}{e^{-2k}}=e^{3k}$

3、方法

（1）分母极限为 0 时，分解因式,凑公式

（2）当 $x\to\infty$ 时，除以最高指数的 X^n